

Matematikk 1T — Vår 2014

Løsningsforslag (Del 1 og Del 2)

Om dette løsningsforslaget. Uoffisielt, automatisk generert løsningsforslag. Oppgaveteksten er ikke gjengitt i sin helhet; hver oppgave vises med nummer og et kort sammendrag. **Kilde:** [oppgaven](#) og [matematikk.net sitt løsningsforslag](#). Slutt svar er sammenholdt med matematikk.net sin versjon — se den ved tvil.

DEL 1 — Uten hjelpemidler

Oppgave 1 (1 poeng)

Oppgave. Regn ut $2,5 \cdot 10^{15} \cdot 3,0 \cdot 10^{-5}$ og skriv svaret på standardform.

Løsning. Vi multipliserer tallene og legger sammen eksponentene:

$$2,5 \cdot 10^{15} \cdot 3,0 \cdot 10^{-5} = (2,5 \cdot 3,0) \cdot 10^{15-5} = 7,5 \cdot 10^{10}.$$

$$\boxed{7,5 \cdot 10^{10}}$$

Oppgave 2 (2 poeng)

Oppgave. Regn ut og skriv så enkelt som mulig: $9^{\frac{1}{2}} \cdot 6^0 \cdot 4^{-1} \cdot \sqrt[3]{8^2}$.

Løsning. Vi forenkler hver faktor for seg:

- $9^{\frac{1}{2}} = \sqrt{9} = 3$
- $6^0 = 1$
- $4^{-1} = \frac{1}{4}$
- $\sqrt[3]{8^2} = (8^2)^{1/3} = (2^3)^{2/3} = 2^2 = 4$

Setter vi sammen:

$$3 \cdot 1 \cdot \frac{1}{4} \cdot 4 = 3.$$

$$\boxed{3}$$

Oppgave 3 (1 poeng)

Oppgave. Løs likningen $2^{2-x} \cdot 2^{1+2x} = 32$.

Løsning. Vi samler potensene på venstre side ved å legge sammen eksponentene, og skriver $32 = 2^5$:

$$2^{(2-x)+(1+2x)} = 2^5 \implies 2^{3+x} = 2^5.$$

Like grunntall gir at eksponentene må være like:

$$3 + x = 5 \implies x = 2.$$

$$\boxed{x = 2}$$

Oppgave 4 (1 poeng)

Oppgave. Bestem c slik at $x^2 + 8x + c$ blir et fullstendig kvadrat.

Løsning. Et fullstendig kvadrat har formen $(x + k)^2 = x^2 + 2kx + k^2$. Sammenligner vi x -leddet, må $2k = 8$, altså $k = 4$. Da blir konstantleddet

$$c = k^2 = 4^2 = 16,$$

og $x^2 + 8x + 16 = (x + 4)^2$.

$$\boxed{c = 16}$$

Oppgave 5 (2 poeng)

Oppgave. Løs likningssystemet $2x - 3y = -7$ og $3x - y = 7$.

Løsning. Fra den andre likningen er $y = 3x - 7$. Setter vi dette inn i den første:

$$2x - 3(3x - 7) = -7 \implies 2x - 9x + 21 = -7 \implies -7x = -28 \implies x = 4.$$

Da blir $y = 3 \cdot 4 - 7 = 5$.

$$\boxed{x = 4, \quad y = 5}$$

Oppgave 6 (3 poeng)

Oppgave. Trekk sammen og skriv så enkelt som mulig: $\frac{6}{x-3} - \frac{5x+15}{x^2-9} + 1$.

Løsning. Vi faktoriserer nevneren $x^2 - 9 = (x - 3)(x + 3)$ og bruker fellesnevner $(x - 3)(x + 3)$:

$$\frac{6}{x-3} = \frac{6(x+3)}{(x-3)(x+3)}, \quad 1 = \frac{(x-3)(x+3)}{(x-3)(x+3)}.$$

Samler vi alt over fellesnevneren:

$$\frac{6(x+3) - (5x+15) + (x^2-9)}{(x-3)(x+3)} = \frac{6x+18-5x-15+x^2-9}{(x-3)(x+3)} = \frac{x^2+x-6}{(x-3)(x+3)}$$

Telleren faktoriseres: $x^2 + x - 6 = (x+3)(x-2)$. Vi forkorter med $(x+3)$:

$$\frac{(x+3)(x-2)}{(x-3)(x+3)} = \frac{x-2}{x-3}$$

$$\boxed{\frac{x-2}{x-3}}$$

Oppgave 7 (4 poeng)

Oppgave. I en klasse med 25 elever har 15 eldre søsken, 18 har yngre søsken, og 2 har ingen søsken.

- a) Lag et venndiagram. b) Sannsynligheten for at en tilfeldig elev har eldre, men ikke yngre, søsken.
c) Sannsynligheten for at en elev som har eldre søsken, også har yngre søsken.

a) Venndiagram. $25 - 2 = 23$ elever har minst ett søsken. La b være antallet som har *både* eldre og yngre søsken. Da gjelder

$$15 + 18 - b = 23 \implies b = 10.$$

Dermed:

- Bare eldre søsken: $15 - 10 = 5$
- Begge deler (eldre **og** yngre): 10
- Bare yngre søsken: $18 - 10 = 8$
- Ingen søsken: 2

Kontroll: $5 + 10 + 8 + 2 = 25$. ✓

Eldre søsken

Yngre søsken

5

8

10

Ingen søsken: 2 (utenfor sirklene)

b) Eleven har eldre, men ikke yngre søsken — det gjelder 5 elever:

$$P(\text{bare eldre}) = \frac{5}{25} = \frac{1}{5}$$

$$\boxed{P = \frac{1}{5} = 0,20}$$

c) Vi vet allerede at eleven har eldre søsken (15 elever). Av disse har 10 også yngre søsken:

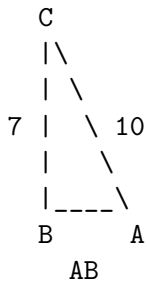
$$P(\text{yngre} \mid \text{eldre}) = \frac{10}{15} = \frac{2}{3}.$$

$$P = \frac{2}{3} \approx 0,67$$

Oppgave 8 (3 poeng)

Oppgave. I $\triangle ABC$ er $AC = 10$, $BC = 7$ og $\angle B = 90^\circ$. Lag en skisse og avgjør om påstandene stemmer: 1) Arealet er større enn 24,5. 2) $\sin A > \cos A$.

Skisse. Den rette vinkelen er i B , så $AC = 10$ er hypotenusen. $BC = 7$ er den ene kateten, og AB er den andre.



Vi finner AB med Pytagoras:

$$AB = \sqrt{AC^2 - BC^2} = \sqrt{10^2 - 7^2} = \sqrt{100 - 49} = \sqrt{51}.$$

Påstand 1: Arealet. Katetene AB og BC står normalt på hverandre (rett vinkel i B), så

$$A = \frac{1}{2} AB \cdot BC = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{51} \cdot 7 = \frac{7\sqrt{51}}{2} \approx 24,99.$$

Siden $24,99 > 24,5$, er **påstand 1 riktig**. ✓

Påstand 2: $\sin A$ mot $\cos A$. Vinkel A ligger i hjørnet A . Motstående katet er $BC = 7$, hosliggende katet er $AB = \sqrt{51}$:

$$\sin A = \frac{BC}{AC} = \frac{7}{10} = 0,70, \quad \cos A = \frac{AB}{AC} = \frac{\sqrt{51}}{10} \approx 0,714.$$

Her er $\sin A = 0,70 < 0,714 = \cos A$, så **påstand 2 er feil**. (Faktisk er $\angle A = \arcsin 0,7 \approx 44,4^\circ < 45^\circ$, og for vinkler under 45° er alltid $\sin < \cos$.) ×

Påstand 1: riktig. Påstand 2: feil.

Oppgave 9 (5 poeng)

Oppgave. $f(x) = x^2 + 2x - 3$. a) Finn nullpunktene ved regning. b) Grafen har en tangent med stigningstall 2 — bestem likningen til tangenten. c) Tegn grafen sammen med tangenten.

a) **Nullpunkter.** Vi løser $x^2 + 2x - 3 = 0$ med abc-formelen:

$$x = \frac{-2 \pm \sqrt{4 + 12}}{2} = \frac{-2 \pm 4}{2} \implies x = 1 \text{ eller } x = -3.$$

$$\boxed{x = -3 \quad \text{og} \quad x = 1}$$

b) **Tangent med stigningstall 2.** Den deriverte er $f'(x) = 2x + 2$. Stigningstallet til tangenten er lik f' i berøringspunktet, så vi løser

$$f'(x) = 2 \implies 2x + 2 = 2 \implies x = 0.$$

Berøringspunktet er $(0, f(0)) = (0, -3)$. Tangenten har formen $y = 2x + b$, og siden den går gjennom $(0, -3)$ er $b = -3$:

$$\boxed{y = 2x - 3}$$

c) **Graf.** Tegn parabelen $f(x) = x^2 + 2x - 3$ med nullpunkter i $x = -3$ og $x = 1$, og bunnpunkt i $(-1, -4)$ (siden $f(-1) = 1 - 2 - 3 = -4$). Tegn deretter den rette linjen $y = 2x - 3$ i samme koordinatsystem. Linjen tangerer parabelen i punktet $(0, -3)$ — den berører grafen der uten å krysse den.

Oppgave 10 (2 poeng)

Oppgave. $f(x) = x^2 + bx + c$. Grafen skjærer y -aksen i $(0, 4)$ og har ett nullpunkt. Bestem b og c .

Løsning. At grafen skjærer y -aksen i $(0, 4)$ betyr $f(0) = c = 4$.

Ett nullpunkt betyr at andregradslikningen $x^2 + bx + c = 0$ har én (dobbel) løsning, altså at diskriminanten er null:

$$b^2 - 4c = 0 \implies b^2 - 4 \cdot 4 = 0 \implies b^2 = 16 \implies b = \pm 4.$$

$$\boxed{c = 4, \quad b = 4 \text{ eller } b = -4}$$

(De to løsningene gir $f(x) = (x + 2)^2$ med nullpunkt i $x = -2$, eller $f(x) = (x - 2)^2$ med nullpunkt i $x = 2$.)

DEL 2 — Med hjelpemidler

Oppgave 1 (4 poeng)

Oppgave. En tabell viser hvor langt Janne jogget i uke 1, 3, 9, 15 og 20 (3,4; 5,1; 8,5; 15,5; 18,0 km). a) Finn den lineære funksjonen som passer best. b) Hvor langt jogger hun i uke 25? c) I hvilken uke jogget hun for første gang mer enn 10 km?

a) **Lineær regresjon.** Med lineær regresjon (GeoGebra / CAS) på punktene får vi den modellen som passer best:

$$f(x) = 0,795x + 2,47$$

der x er uke og $f(x)$ er lengden i km. (Stigningstallet $\approx 0,80$ betyr at hun jogger ca. 0,8 km lenger per uke.)

Merknad om fasiten. Den offisielle fasiten oppgir $y = 0,83x + 2,31$. Dette ser ut til å være en feil i fasiten: en lineær regresjon (minste kvadraters metode, som GeoGebra og CAS regner ut eksakt) **må** gå gjennom tyngdepunktet $(\bar{x}, \bar{y}) = (9,6; 10,1)$ til datapunktene. Vår linje $0,7951x + 2,467$ gjør det ($0,7951 \cdot 9,6 + 2,467 = 10,1$), mens fasitens linje gir $0,83 \cdot 9,6 + 2,31 = 10,28 \neq 10,1$. Datapunktene i tabellen er identiske med eksamens-PDF-en, så den korrekte best-tilpassede modellen er $f(x) = 0,795x + 2,47$, som er gjengitt her. De små avvikene i b) og c) skyldes fasitens unøyaktige koeffisienter.

b) **Uke 25.**

$$f(25) = 0,795 \cdot 25 + 2,47 \approx 22,3 \text{ km.}$$

$$\approx 22,3 \text{ km}$$

c) **Første uke over 10 km.** Vi løser $f(x) > 10$:

$$0,795x + 2,47 > 10 \implies x > \frac{10 - 2,47}{0,795} \approx 9,5.$$

Modellen passerer 10 km ved $x \approx 9,5$, altså i overgangen mellom uke 9 og uke 10. Første hele uke der modellen gir mer enn 10 km er **uke 10**. (Fasiten leser av grafen og svarer «den niende treningsuken»; begge svar er rimelige avlesninger rundt $x \approx 9,5$.)

$$\text{Uke 10 (rundt uke 9–10)}$$

Oppgave 2 (9 poeng)

Oppgave. $f(x) = 0,0017x^3 - 0,13x^2 + 2,3x + 72$ for $x \in [0, 52]$ gir vekten (kg) til en idrettsutøver x uker etter 1. januar 2013. a) Tegn grafen. b) Vekt 1. januar og etter 52 uker. c) Hvor mange uker veide han mer enn 70 kg? d) Når mest/minst, og gjennomsnittlig vektnedgang per uke i nedgangsperioden. e) Bestem $f'(3)$ og $f'(25)$ og forklar betydningen.

a) **Graf.** Tegn f for $x \in [0, 52]$ i et verktøy (GeoGebra). Grafen starter i $(0, 72)$, stiger til et **lokalt toppunkt** ved ca. uke 11 (vekt ≈ 84 kg), synker så til et **lokalt bunnpunkt** ved ca. uke 40 (vekt ≈ 65 kg), og stiger igjen til $(52, \approx 79)$.

b) **Vekt 1. januar og etter 52 uker.**

$$f(0) = 72 \text{ kg}, \quad f(52) = 0,0017 \cdot 52^3 - 0,13 \cdot 52^2 + 2,3 \cdot 52 + 72 \approx 79,1 \text{ kg}.$$

$$f(0) = 72 \text{ kg}, \quad f(52) \approx 79,1 \text{ kg}$$

c) **Antall uker over 70 kg.** Vi løser $f(x) = 70$ i CAS og finner to løsninger i intervallet: $x \approx 29,9$ og $x \approx 47,4$. Siden $f(0) = 72 > 70$, ligger vekten over 70 kg i to perioder:

$$x \in [0, 29,9] \quad \text{og} \quad x \in [47,4, 52].$$

Til sammen blir dette ca. $29,9 + (52 - 47,4) \approx 34,5$ uker.

$$\approx 34 \text{ uker}$$

d) **Mest, minst og gjennomsnittlig nedgang.** Vi deriverer og løser $f'(x) = 0$:

$$f'(x) = 0,0051x^2 - 0,26x + 2,3 = 0 \implies x \approx 11,4 \text{ eller } x \approx 39,6.$$

Sammenligner vi funksjonsverdiene i disse punktene og i endepunktene:

x (uke)	0	11,4	39,6	52
$f(x)$ (kg)	72	$\approx 83,8$	$\approx 64,8$	$\approx 79,1$

Han veide **mest** ved ca. uke 11 ($\approx 83,8$ kg) og **minst** ved ca. uke 40 ($\approx 64,8$ kg).

Han gikk ned i vekt i perioden fra uke $\approx 11,4$ til uke $\approx 39,6$. Gjennomsnittlig vektnedgang per uke:

$$\frac{83,8 - 64,8}{39,6 - 11,4} = \frac{19,0}{28,2} \approx 0,68 \text{ kg/uke}.$$

$$\text{Mest uke 11 } (\approx 83,8 \text{ kg}), \text{ minst uke 40 } (\approx 64,8 \text{ kg}), \text{ snitt } \approx 0,68 \text{ kg/uke}$$

e) $f'(3)$ og $f'(25)$.

$$f'(3) = 0,0051 \cdot 3^2 - 0,26 \cdot 3 + 2,3 \approx 1,57,$$

$$f'(25) = 0,0051 \cdot 25^2 - 0,26 \cdot 25 + 2,3 \approx -1,01.$$

$f'(3) \approx 1,6 > 0$: i uke 3 **økte** vekten med ca. 1,6 kg per uke. $f'(25) \approx -1,0 < 0$: i uke 25 **gikk han ned** ca. 1,0 kg per uke.

$$f'(3) \approx 1,6 \text{ (vektøkning)}, \quad f'(25) \approx -1,0 \text{ (vektnedgang)}$$

Oppgave 3 (4 poeng)

Oppgave. En bedrift har 1000 soveposer av type 1 (10 % feil med glidelås) og 4000 av type 2 (15 % feil). a) Lag en krysstabell. b) Bjarne tok tilfeldig to soveposer, og begge hadde feil. Finn sannsynligheten for at den ene er type 1 og den andre type 2.

a) **Krysstabell.** Feil type 1: 10 % av 1000 = 100. Feil type 2: 15 % av 4000 = 600.

	Feil glidelås	Ingen feil	Sum
Type 1	100	900	1000
Type 2	600	3400	4000
Sum	700	4300	5000

b) Det er totalt 700 soveposer med feil (100 av type 1 og 600 av type 2). To trekkes tilfeldig blant disse (uten tilbakelegging). Vi vil ha én av hver type. Antall gunstige par er $100 \cdot 600$, antall mulige par er $\binom{700}{2}$:

$$P = \frac{100 \cdot 600}{\binom{700}{2}} = \frac{60\,000}{\frac{700 \cdot 699}{2}} = \frac{60\,000}{244\,650} = \frac{400}{1631} \approx 0,245.$$

$$P = \frac{400}{1631} \approx 0,245 = 24,5 \%$$

Oppgave 4 (4 poeng)

Oppgave. En skål har 8 hvite og 6 røde kuler. Du trekker tre tilfeldig (uten tilbakelegging). a) Lag et valgtre. b) Finn sannsynligheten for to hvite og én rød kule, og marker i valgtreet.

a) **Valgtre.** Ved hvert trekk grener treet i «hvit» (H) eller «rød» (R). Sannsynlighetene endrer seg for hvert trekk siden vi ikke legger kule tilbake. For eksempel ved en HHR-gren:

Trekk 1	Trekk 2	Trekk 3	
	H (7/13)	H ...	
H (8/14)			
	R (6/13)	...	
	H (8/13)	R (6/12)	← grenen R-H-R
R (6/14)			
	R (5/13)	...	

De gunstige greinene er de som inneholder nøyaktig to H og én R: **HHR, HRH og RHH.**

b) Vi summerer de tre greinene (hver gir samme produkt):

$$P(\text{HHR}) = \frac{8}{14} \cdot \frac{7}{13} \cdot \frac{6}{12} = \frac{336}{2184},$$

og det er 3 slike rekkefølger:

$$P(2 \text{ hvite, } 1 \text{ rød}) = 3 \cdot \frac{8}{14} \cdot \frac{7}{13} \cdot \frac{6}{12} = \frac{1008}{2184} = \frac{6}{13} \approx 0,462.$$

Samme svar med kombinatorikk: $P = \frac{\binom{8}{2}\binom{6}{1}}{\binom{14}{3}} = \frac{28 \cdot 6}{364} = \frac{6}{13}.$

$$P = \frac{6}{13} \approx 0,46 = 46,2\%$$

Oppgave 5 (2 poeng)

Oppgave. Et trestykke på 35 cm deles i fire deler. To deler er like lange. Den tredje delen er dobbelt så lang som de to like delene til sammen, og halvparten så lang som den fjerde delen. Finn lengden av hver del.

Løsning. La hver av de to like delene være a . De to like delene til sammen er $2a$, så den tredje delen er $2 \cdot 2a = 4a$. Den tredje delen er halvparten av den fjerde, altså er den fjerde $2 \cdot 4a = 8a$. Summen er 35 cm:

$$a + a + 4a + 8a = 35 \implies 14a = 35 \implies a = 2,5 \text{ cm.}$$

Delene blir:

$$2,5 \text{ cm, } 2,5 \text{ cm, } 10 \text{ cm, } 20 \text{ cm}$$

Kontroll: $2,5 + 2,5 + 10 + 20 = 35$. ✓

Oppgave 6 (3 poeng)

Oppgave. Regn ut arealet av $\triangle ABC$ med sidene $AC = 4$, $CB = 5$ og $AB = 8$ (fra figuren).

Løsning. Vi kjenner alle tre sidene, så vi bruker først cosinussetningen til å finne en vinkel, for eksempel $\angle A$ (mellom sidene $AC = 4$ og $AB = 8$, med motstående side $CB = 5$):

$$\begin{aligned} CB^2 &= AC^2 + AB^2 - 2 \cdot AC \cdot AB \cdot \cos A \\ 25 &= 16 + 64 - 2 \cdot 4 \cdot 8 \cdot \cos A \implies \cos A = \frac{80 - 25}{64} = \frac{55}{64} \approx 0,859, \end{aligned}$$

så $\angle A \approx 30,75^\circ$. Arealet med to sider og mellomliggende vinkel:

$$A = \frac{1}{2} \cdot AC \cdot AB \cdot \sin A = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 8 \cdot \sin(30,75^\circ) \approx 16 \cdot 0,511 \approx 8,2.$$

(Samme svar med Herons formel: med $s = \frac{4+5+8}{2} = 8,5$ er $A = \sqrt{8,5 \cdot 4,5 \cdot 3,5 \cdot 0,5} \approx 8,2$.)

$$A \approx 8,2$$

Oppgave 7 (4 poeng)

Oppgave. Et stramt tau på 3,0 m går fra C (øverst på bryggen) til B (båten). A ligger rett under C , i høyde med B , og $\angle ABC = v$. a) Finn avstanden AB fra båten til bryggen når $v = 52^\circ$. b) Vannstanden synker 30 cm — finn AB nå.

a) I den rettvinklede trekanten CAB (rett vinkel i A) er tauet $CB = 3,0$ m hypotenusen, og $v = 52^\circ$ er vinkelen i B . Avstanden AB er hosliggende katet til v :

$$AB = CB \cdot \cos v = 3,0 \cdot \cos 52^\circ \approx 3,0 \cdot 0,6157 \approx 1,85 \text{ m.}$$

$$AB \approx 1,85 \text{ m}$$

b) Den loddrette kateten (høydeforskjellen) er nå $CA = 3,0 \cdot \sin 52^\circ \approx 2,364$ m. Når vannstanden synker 30 cm = 0,30 m, synker båten tilsvarende, så denne høyden øker til

$$CA' = 2,364 + 0,30 = 2,664 \text{ m.}$$

Tauet er fortsatt stramt ($CB = 3,0$ m), så med Pytagoras:

$$AB' = \sqrt{CB^2 - CA'^2} = \sqrt{3,0^2 - 2,664^2} = \sqrt{9 - 7,097} \approx 1,38 \text{ m.}$$

$$AB' \approx 1,38 \text{ m}$$

Båten har altså flyttet seg nærmere bryggen når vannstanden sank.

Oppgave 8 (4 poeng)

Oppgave. $\triangle ABC$ har grunnlinje $AB = 8$. D ligger på AB med $CD = 6$ og $\angle BDC = 90^\circ$. Vi setter $BD = x$. a) Vis at omkretsen er $f(x) = 8 + \sqrt{x^2 + 36} + \sqrt{x^2 - 16x + 100}$ for $x \in [0, 8]$. b) Bestem x slik at omkretsen blir minst mulig, og forklar at trekanten da er likebeint.

a) Siden $CD \perp AB$, deler D grunnlinjen i $BD = x$ og $AD = 8 - x$. Vi bruker Pytagoras i de to rettvinklede deltrekantene:

$$CB = \sqrt{BD^2 + CD^2} = \sqrt{x^2 + 36},$$
$$AC = \sqrt{AD^2 + CD^2} = \sqrt{(8-x)^2 + 36} = \sqrt{x^2 - 16x + 64 + 36} = \sqrt{x^2 - 16x + 100}.$$

Omkretsen er $AB + CB + AC$:

$$f(x) = 8 + \sqrt{x^2 + 36} + \sqrt{x^2 - 16x + 100}, \quad x \in [0, 8]. \quad \blacksquare$$

b) Minste omkrets. Vi deriverer og setter $f'(x) = 0$ (CAS):

$$f'(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2 + 36}} + \frac{x - 8}{\sqrt{x^2 - 16x + 100}} = 0.$$

Løsningen i intervallet er $x = 4$. Da blir

$$CB = \sqrt{16 + 36} = \sqrt{52}, \quad AC = \sqrt{16 - 64 + 100} = \sqrt{52},$$

så $AC = CB = \sqrt{52} = 2\sqrt{13} \approx 7,21$. Minste omkrets er

$$f(4) = 8 + 2\sqrt{52} = 8 + 4\sqrt{13} \approx 22,4.$$

Siden de to skrå sidene AC og CB er like lange, er trekanten **likebeint**. (Med $x = 4$ er D midtpunktet på AB , og høyden CD er da også symmetriaksen.)

$$x = 4, \quad \text{minste omkrets } 8 + 4\sqrt{13} \approx 22,4, \quad \text{trekanten er likebeint}$$

Oppgave 9 (2 poeng)

Oppgave. Petter viser med figurer (speiling) hvor punktet D må ligge på AB for at $AC + CB$ skal bli minst mulig. Forklar hva han har gjort, og at løsningen er riktig.

Forklaring. Petter bruker et **speilingstriks** for å gjøre summen av to skrå lengder om til én rett strekning.

I figur 1 er C toppunktet, med $CD = 6$ loddrett på AB . Lengdene AC og CB er hypotenuuser i hver sin rettvinklede trekant.

I figur 2–4 speiler/dreier han trekantene slik at høyden $CD = 6$ legges *nedover* i stedet for oppover på den ene siden:

- Han plasserer et fast punkt F rett over A i høyde 6, og et fast punkt G rett under B i høyde 6 (figur 4). Disse to punktene er **faste**, uavhengig av hvor D ligger.
- For et hvilket som helst valg av D er $AC = FD$ (samme rettvinklede trekant, bare speilet) og $CB = DG$. Derfor er

$$AC + CB = FD + DG.$$

Summen $FD + DG$ er en brukket linje fra det faste punktet F , via D , til det faste punktet G . En brukket linje mellom to faste punkter er **kortest når den er en rett linje** — altså når F , D og G ligger på samme rette linje (FG).

Da skjærer linja FG grunnlinjen AB . Fordi F og G ligger like langt (høyde 6) på hver sin side av AB , treffer linja midt på, slik at $AD = DB = 4$ (markert med «4» og «4» i figur 4), altså $x = 4$.

Med $x = 4$ blir $AC = CB$, så trekanten er **likebeint** — nøyaktig samme svar som vi fant ved derivasjon i oppgave 8b. Petter har dermed løst oppgaven riktig.

$$AC + CB \text{ minst når } F, D, G \text{ er på rett linje} \Rightarrow x = 4 \Rightarrow \text{likebeint}$$

Uoffisielt, automatisk generert løsningsforslag. Kilde og fasit: matematikk.net. Ikke tilknyttet Utdanningsdirektoratet.