

# Matematikk 1T — Vår 2016

## Løsningsforslag (Del 1 og Del 2)

**Om dette løsningsforslaget.** Uoffisielt, automatisk generert løsningsforslag. Oppgaveteksten er ikke gjengitt i sin helhet; hver oppgave vises med nummer og et kort sammendrag. **Kilde:** [oppgaven](#) og [matematikk.net sitt løsningsforslag](#). Slutt svar er sammenholdt med matematikk.net sin versjon — se den ved tvil.

### DEL 1 — Uten hjelpemidler

#### Oppgave 1 (1 poeng)

**Oppgave.** Regn ut  $\frac{1,8 \cdot 10^{12}}{0,0005}$  og skriv svaret på standardform.

**Løsning.** Vi deler tallene og potensene hver for seg. Siden  $0,0005 = 5 \cdot 10^{-4}$ :

$$\frac{1,8 \cdot 10^{12}}{5 \cdot 10^{-4}} = \frac{1,8}{5} \cdot 10^{12-(-4)} = 0,36 \cdot 10^{16}.$$

På standardform (ett siffer foran komma) flytter vi kommaet ett hakk:

$$\boxed{3,6 \cdot 10^{15}}$$

#### Oppgave 2 (3 poeng)

**Oppgave.** På en tallinje er 12 punkter  $A$ – $L$  markert ( $A$  ved  $-4$ ,  $B$  ved  $-3$ ,  $C$  ved  $-2$ ,  $D, E, F$  tett rundt  $0$ ,  $G$  ved  $1$ ,  $H$  ved  $2$ ,  $I, J$  mellom  $2$  og  $3$ ,  $K$  ved  $3$ ,  $L$  ved  $4$ ). Regn ut hvert av de seks tallene og plasser dem.

**Løsning.** Vi regner ut hvert uttrykk og plasserer det på det nærmeste punktet.

- 1)  $4^{-1} = \frac{1}{4} = 0,25$  — like til høyre for  $0 \Rightarrow \boxed{F}$
- 2)  $4 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)_0 = 4 \cdot 1 = 4 \Rightarrow \boxed{L}$
- 3)  $\lg 0,001 = \lg 10^{-3} = -3 \Rightarrow \boxed{B}$
- 4)  $5^{\frac{1}{2}} = \sqrt{5} \approx 2,24$  — mellom  $2$  og  $3 \Rightarrow \boxed{I}$
- 5)  $\tan 45^\circ = 1 \Rightarrow \boxed{G}$
- 6)  $\sqrt[3]{27} = 3 \Rightarrow \boxed{K}$

### Oppgave 3 (2 poeng)

**Oppgave.** Løs likningssystemet  $x^2 + y^2 = 2x + 3$  og  $-x + y = 1$ .

**Løsning.** Fra den andre likningen er  $y = x + 1$ . Sett inn i den første:

$$x^2 + (x + 1)^2 = 2x + 3.$$

Vi utvider og forenkler:

$$x^2 + x^2 + 2x + 1 = 2x + 3 \implies 2x^2 = 2 \implies x^2 = 1,$$

så  $x = -1$  eller  $x = 1$ . Tilhørende  $y$ -verdier fra  $y = x + 1$ :

- $x = -1 \implies y = 0$
- $x = 1 \implies y = 2$

$$\boxed{(-1, 0) \text{ og } (1, 2)}$$

### Oppgave 4 (2 poeng)

**Oppgave.** Løs ulikheten  $2x^2 + 3x > 2$ .

**Løsning.** Vi flytter alt over på én side:  $2x^2 + 3x - 2 > 0$ . Nullpunktene til venstresiden:

$$x = \frac{-3 \pm \sqrt{9 + 16}}{4} = \frac{-3 \pm 5}{4} \implies x = -2 \text{ eller } x = \frac{1}{2}.$$

Parabelen  $2x^2 + 3x - 2$  åpner oppover, så uttrykket er positivt *utenfor* nullpunktene:

$$\boxed{x < -2 \text{ eller } x > \frac{1}{2}}$$

### Oppgave 5 (3 poeng)

**Oppgave.** Regn ut og skriv svaret så enkelt som mulig. a)  $(\sqrt{6} - \sqrt{3})(\sqrt{6} + \sqrt{3})$ . b)  $\sqrt{45} + \sqrt{20} - \sqrt{10} \cdot \sqrt{8}$ .

a) Dette er konjugatsetningen  $(a - b)(a + b) = a^2 - b^2$ :

$$(\sqrt{6})^2 - (\sqrt{3})^2 = 6 - 3 = \boxed{3}.$$

b) Vi forenkler hvert rotuttrykk.  $\sqrt{45} = \sqrt{9 \cdot 5} = 3\sqrt{5}$ ,  $\sqrt{20} = \sqrt{4 \cdot 5} = 2\sqrt{5}$ , og  $\sqrt{10} \cdot \sqrt{8} = \sqrt{80} = \sqrt{16 \cdot 5} = 4\sqrt{5}$ . Dermed

$$3\sqrt{5} + 2\sqrt{5} - 4\sqrt{5} = (3 + 2 - 4)\sqrt{5} = \boxed{\sqrt{5}}.$$

### Oppgave 6 (2 poeng)

**Oppgave.** Skriv så enkelt som mulig:  $\frac{x^2 + 10x + 25}{2x^2 - 50}$ .

**Løsning.** Vi faktorerer teller og nevner. Telleren er et fullstendig kvadrat:  $x^2 + 10x + 25 = (x + 5)^2$ .  
Nevneren:  $2x^2 - 50 = 2(x^2 - 25) = 2(x - 5)(x + 5)$ . Dermed

$$\frac{(x + 5)^2}{2(x - 5)(x + 5)} = \frac{x + 5}{2(x - 5)}, \quad x \neq \pm 5.$$

$$\boxed{\frac{x + 5}{2(x - 5)}}$$

### Oppgave 7 (2 poeng)

**Oppgave.** Løs likningen  $2 \lg x + 8 = 2 - \lg x$ .

**Løsning.** Vi samler logaritmeleddene på én side:

$$2 \lg x + \lg x = 2 - 8 \implies 3 \lg x = -6 \implies \lg x = -2.$$

$\lg x = -2$  betyr  $x = 10^{-2}$ . Verdien er positiv, så den er gyldig:

$$\boxed{x = 0,01}$$

### Oppgave 8 (2 poeng)

**Oppgave.** Trekk sammen og skriv så enkelt som mulig:  $\frac{x}{4x + 8} + \frac{1}{12} - \frac{4x + 5}{6x + 12}$ .

**Løsning.** Vi faktorerer nevnerne:  $4x + 8 = 4(x + 2)$  og  $6x + 12 = 6(x + 2)$ . Felles nevner blir  $12(x + 2)$ . Vi gjør om hvert ledd:

$$\frac{x}{4(x + 2)} = \frac{3x}{12(x + 2)}, \quad \frac{1}{12} = \frac{x + 2}{12(x + 2)}, \quad \frac{4x + 5}{6(x + 2)} = \frac{2(4x + 5)}{12(x + 2)}.$$

Samlet:

$$\frac{3x + (x + 2) - 2(4x + 5)}{12(x + 2)} = \frac{3x + x + 2 - 8x - 10}{12(x + 2)} = \frac{-4x - 8}{12(x + 2)}.$$

Telleren er  $-4(x + 2)$ , så

$$\frac{-4(x + 2)}{12(x + 2)} = -\frac{4}{12} = \boxed{-\frac{1}{3}}, \quad x \neq -2.$$

### Oppgave 9 (4 poeng)

**Oppgave.** Snorre har 6 blå og 4 rosa ballonger og tar tilfeldig 3. a) Sannsynligheten for tre blå. b) Sannsynligheten for minst én rosa. c) Sannsynligheten for én rosa og to blå.

**Løsning.** Det er  $\binom{10}{3} = 120$  måter å trekke 3 av 10 ballonger på.

a) Antall måter å velge 3 blå av 6:  $\binom{6}{3} = 20$ . Dermed

$$P(\text{tre blå}) = \frac{20}{120} = \boxed{\frac{1}{6}}.$$

b) «Minst én rosa» er komplementet til «ingen rosa» (= tre blå):

$$P(\text{minst én rosa}) = 1 - P(\text{tre blå}) = 1 - \frac{1}{6} = \boxed{\frac{5}{6}}.$$

c) Velg 1 rosa av 4 og 2 blå av 6:  $\binom{4}{1}\binom{6}{2} = 4 \cdot 15 = 60$ . Dermed

$$P(1 \text{ rosa og } 2 \text{ blå}) = \frac{60}{120} = \boxed{\frac{1}{2}}.$$

### Oppgave 10 (3 poeng)

**Oppgave.** Tre parabler  $A$  (rød, venstre),  $B$  (blå, midten) og  $C$  (grønn, høyre) er tegnet. Funksjonene er  $f(x) = x^2 - 2x + 9$ ,  $g(x) = x^2 - 10x + 9$  og  $h(x) = x^2 + 6x + 9$ . Avgjør hvilken graf som hører til hvilken funksjon, og begrunn.

**Løsning.** Alle tre har samme konstantledd 9, altså samme skjæring med  $y$ -aksen,  $(0, 9)$  — det stemmer med at alle grafene går gjennom det samme punktet på  $y$ -aksen. Vi bruker toppunktene (her bunnpunktene, siden alle åpner oppover).

Bunnpunktet ligger i  $x = -\frac{b}{2a}$ :

- $f: x = \frac{2}{2} = 1$ ,  $f(1) = 8$  — bunnpunkt  $(1, 8)$ , over  $x$ -aksen, like til høyre for  $y$ -aksen.
- $g: x = \frac{10}{2} = 5$ ,  $g(5) = -16$  — bunnpunkt  $(5, -16)$ , langt til høyre og godt under  $x$ -aksen (nullpunkter  $x = 1$  og  $x = 9$ ).
- $h: x = \frac{-6}{2} = -3$ ,  $h(-3) = 0$  — bunnpunkt  $(-3, 0)$ , til venstre og *tangerer*  $x$ -aksen ( $x^2 + 6x + 9 = (x + 3)^2$ ).

Sammenholdt med figuren:

|  |
|--|
| $A = h$ (venstre, tangerer aksen), $B = f$ (midten, over aksen), $C = g$ (høyre, dypt under aksen) |
|--|

### Oppgave 11 (2 poeng)

**Oppgave.**  $f(x) = x^3 - 5x^2 + 3x + 4$ . a) Bestem den momentane vekstfarten i  $x = 2$ . b) Bestem den gjennomsnittlige vekstfarten i intervallet  $[1, 3]$ .

a) Momentan vekstfart er den deriverte.  $f'(x) = 3x^2 - 10x + 3$ , så

$$f'(2) = 3 \cdot 4 - 10 \cdot 2 + 3 = 12 - 20 + 3 = \boxed{-5}.$$

b) Gjennomsnittlig vekstfart er stigningstallet til sekanten.  $f(1) = 1 - 5 + 3 + 4 = 3$  og  $f(3) = 27 - 45 + 9 + 4 = -5$ :

$$\frac{f(3) - f(1)}{3 - 1} = \frac{-5 - 3}{2} = \boxed{-4}.$$

### Oppgave 12 (4 poeng)

**Oppgave.** En rettvinklet trekant  $ABC$  (rett vinkel i  $A$ ) med  $AB = 8$  og  $BC = 10$  er omgitt av tre likesidede trekantar (én på hver side: grå på  $BC$ , blå på  $AB$ , grønn på  $AC$ ). a) Vis at den grå trekanten har areal  $25\sqrt{3}$ . b) Vis at den grønne og den blå til sammen har samme areal som den grå.

**Løsning.** Først finner vi den siste kateten med Pytagoras.  $BC = 10$  er hypotenusen:

$$AC = \sqrt{BC^2 - AB^2} = \sqrt{10^2 - 8^2} = \sqrt{100 - 64} = \sqrt{36} = 6.$$

Arealet av en likesidet trekant med side  $s$  er  $\frac{\sqrt{3}}{4} s^2$ .

a) Den grå trekanten står på  $BC = 10$ :

$$A_{\text{grå}} = \frac{\sqrt{3}}{4} \cdot 10^2 = \frac{100\sqrt{3}}{4} = \boxed{25\sqrt{3}}.$$

b) Den blå trekanten står på  $AB = 8$ , den grønne på  $AC = 6$ :

$$A_{\text{blå}} = \frac{\sqrt{3}}{4} \cdot 8^2 = 16\sqrt{3}, \quad A_{\text{grønn}} = \frac{\sqrt{3}}{4} \cdot 6^2 = 9\sqrt{3}.$$

Til sammen:

$$A_{\text{blå}} + A_{\text{grønn}} = 16\sqrt{3} + 9\sqrt{3} = 25\sqrt{3} = A_{\text{grå}}.$$

Dette er et fint eksempel på Pytagoras' setning:  $A_{\text{grønn}} + A_{\text{blå}} = \frac{\sqrt{3}}{4}(AC^2 + AB^2) = \frac{\sqrt{3}}{4} BC^2 = A_{\text{grå}}$ .

■

### Oppgave 13 (2 poeng)

**Oppgave.** I et koordinatsystem er en kvart enhets sirkel ( $r = 1$ ) tegnet sammen med en vinkel på  $53^\circ$  fra positiv  $x$ -akse. Bruk koordinatsystemet til å bestemme tilnærmede verdier for  $\sin 53^\circ$ ,  $\cos 53^\circ$  og  $\tan 53^\circ$ .

**Løsning.** På enhets sirkelen har skjæringspunktet mellom vinkelbeinet og sirkelen koordinatene  $(\cos 53^\circ, \sin 53^\circ)$ . Vi leser av figuren at punktet ligger ved omtrent  $x \approx 0,6$  og  $y \approx 0,8$ :

$$\cos 53^\circ \approx \boxed{0,6}, \quad \sin 53^\circ \approx \boxed{0,8}.$$

$$\tan 53^\circ = \frac{\sin 53^\circ}{\cos 53^\circ} \approx \frac{0,8}{0,6} = \frac{4}{3} \approx \boxed{1,3}.$$

(Til sammenligning er de eksakte verdiene  $\cos 53^\circ \approx 0,602$ ,  $\sin 53^\circ \approx 0,799$  og  $\tan 53^\circ \approx 1,33$ .)

### Oppgave 14 (4 poeng)

**Oppgave.** Grafen til den *deriverte*  $f'$  er gitt (en parabel med nullpunkter i  $x = 0$  og  $x = 4$  og bunnpunkt  $(2, -2)$ ). a) For hvilke  $x$  har  $f$  toppunkt og bunnpunkt? b) Punktet  $(2, -3)$  ligger på grafen til  $f$ . Bestem likningen for tangenten til  $f$  i dette punktet.

a)  $f$  har topp-/bunnpunkt der  $f'(x) = 0$ , altså i  $x = 0$  og  $x = 4$ . Vi ser på fortegnet til  $f'$ :

- For  $x < 0$  er  $f' > 0$ , for  $0 < x < 4$  er  $f' < 0$ :  $f'$  skifter fra **+** til **-** i  $x = 0$ , så  $f$  har **toppunkt** i  $x = 0$ .
- For  $x > 4$  er  $f' > 0$ :  $f'$  skifter fra **-** til **+** i  $x = 4$ , så  $f$  har **bunnpunkt** i  $x = 4$ .

$$\boxed{\text{Toppunkt for } x = 0, \quad \text{bunnpunkt for } x = 4}$$

b) Tangentens stigningstall er  $f'(2)$ . Fra grafen er bunnpunktet  $(2, -2)$ , altså  $f'(2) = -2$ . Tangenten går gjennom  $(2, -3)$ :

$$y - (-3) = -2(x - 2) \implies y = -2x + 4 - 3 = -2x + 1.$$

$$\boxed{y = -2x + 1}$$

## DEL 2 — Med hjelpemidler

### Oppgave 1 (4 poeng)

**Oppgave.** Antall registrerte elbiler i Norge  $x$  år etter 2010 er tilnærmet  $g(x) = 560x^3 - 1767x^2 + 2501x + 2577$ ,  $x \in [0, 8]$ . a) Tegn grafen til  $g$ . b) Bestem  $g(4)$  og  $g'(4)$ , og forklar hva verdiene forteller.

a) Grafen tegnes med graftegner (GeoGebra) for  $x \in [0, 8]$ .  $g$  er en tredjegradsfunksjon som er voksende på hele intervallet: den starter i  $g(0) = 2577$  og stiger stadig brattere mot  $g(8) = 196\,217$ . Kurven er først svakt voksende og krummer oppover (eksplisiv vekst) mot slutten av intervallet.

b) Vi regner ut funksjonsverdien og den deriverte.  $g'(x) = 1680x^2 - 3534x + 2501$ .

$$g(4) = 560 \cdot 64 - 1767 \cdot 16 + 2501 \cdot 4 + 2577 = 35840 - 28272 + 10004 + 2577 = 20149.$$

$$g'(4) = 1680 \cdot 16 - 3534 \cdot 4 + 2501 = 26880 - 14136 + 2501 = 15245.$$

$$g(4) = 20149, \quad g'(4) = 15245$$

**Tolkning.** I 2014 (4 år etter 2010) var det ifølge modellen om lag 20 149 registrerte elbiler.  $g'(4) = 15245$  betyr at antallet elbiler i 2014 vokste med omtrent 15 245 biler per år.

### Oppgave 2 (3 poeng)

**Oppgave.** En tabell viser prosentandel dagligrøykere (16–74 år) i 2002, 2004, 2006, 2009 og 2012: 29, 26, 24, 20, 16. La  $x$  være antall år etter 2002. a) Bestem en lineær funksjon for utviklingen 2002–2012. b) Vurder om funksjonen kan brukes til å beskrive utviklingen fram mot 2025.

a) Med hjelpemiddel utfører vi lineær regresjon på dataparene (0, 29), (2, 26), (4, 24), (7, 20), (10, 16) (året 2012 svarer til  $x = 2012 - 2002 = 10$ ). Regresjonen gir

$$f(x) = -1,3x + 28,9$$

Modellen sier at andelen dagligrøykere synker med omtrent 1,3 prosentpoeng per år.

b) År 2025 svarer til  $x = 23$ :

$$f(23) = -1,3 \cdot 23 + 28,9 = -29,9 + 28,9 = -1,0.$$

En negativ prosentandel er umulig. Modellen forutsetter at *like mange* prosentpoeng forsvinner hvert år, men i virkeligheten flater nedgangen ut når andelen nærmer seg null. Den lineære modellen kan derfor **ikke** brukes til å beskrive utviklingen helt fram mot 2025.

### Oppgave 3 (4 poeng)

**Oppgave.** I en 1T-gruppe er det 26 elever: 20 har valgt R1, 16 har valgt Fysikk 1, og 6 har verken R1 eller Fysikk 1. a) Sett opp opplysningene i krysstabell/venndiagram. b) Sannsynligheten for at en tilfeldig elev har valgt R1, men ikke Fysikk 1. c) Eleven som er trukket ut har valgt Fysikk 1 — sannsynligheten for at eleven også har valgt R1.

a) Antall som har valgt minst ett av fagene er  $26 - 6 = 20$ . Med inklusjon–eksklusjon:

$$|R1 \cap F1| = |R1| + |F1| - |R1 \cup F1| = 20 + 16 - 20 = 16.$$

Det betyr at **alle** de 16 Fysikk-elevene også har valgt R1. Krysstabell:

|                | Fysikk 1 | Ikke Fysikk 1 | Sum |
|----------------|----------|---------------|-----|
| <b>R1</b>      | 16       | 4             | 20  |
| <b>Ikke R1</b> | 0        | 6             | 6   |
| <b>Sum</b>     | 16       | 10            | 26  |

b) «R1, men ikke Fysikk 1» gjelder 4 elever:

$$P(R1 \cap \overline{F1}) = \frac{4}{26} = \boxed{\frac{2}{13}}.$$

c) Betinget sannsynlighet, gitt at eleven har Fysikk 1 (16 elever), hvorav alle 16 også har R1:

$$P(R1 | F1) = \frac{|R1 \cap F1|}{|F1|} = \frac{16}{16} = \boxed{1}.$$

Alle som har valgt Fysikk 1, har altså også valgt R1.

#### Oppgave 4 (3 poeng)

**Oppgave.** I en rettvinklet trekant  $ABC$  er  $\angle A = 53^\circ$  og  $AB = 10$ . a) Forklar at det finnes to trekanten som oppfyller betingelsene. b) Bestem  $BC$  for hver av de to.

a) Oppgaven sier at trekanten er rettvinklet, men ikke *hvilken* vinkel som er den rette. Den rette vinkelen kan ligge i  $B$  eller i  $C$  (den kan ikke ligge i  $A$ , for  $\angle A = 53^\circ$ ). Dette gir to ulike trekanten.

b)

*Tilfelle 1* — rett vinkel i  $B$ . Da er  $AB$  hosliggende katet og  $BC$  motstående katet til  $\angle A$ :

$$\tan 53^\circ = \frac{BC}{AB} \implies BC = 10 \cdot \tan 53^\circ \approx \boxed{13,3}.$$

*Tilfelle 2* — rett vinkel i  $C$ . Da er  $AB$  hypotenus og  $BC$  motstående katet til  $\angle A$ :

$$\sin 53^\circ = \frac{BC}{AB} \implies BC = 10 \cdot \sin 53^\circ \approx \boxed{8,0}.$$

#### Oppgave 5 (3 poeng)

**Oppgave.**  $f(x) = x^3 + bx^2 + cx + d$  har bunnpunkt  $(3, -5)$  og et nullpunkt for  $x = 4$ . Bruk CAS til å bestemme  $b$ ,  $c$  og  $d$ .

**Løsning.** Vi setter opp tre likninger og løser med CAS.  $f'(x) = 3x^2 + 2bx + c$ .

- Bunnpunkt i  $x = 3$ :  $f'(3) = 0 \implies 27 + 6b + c = 0$ .
- Funksjonsverdi i bunnpunktet:  $f(3) = -5 \implies 27 + 9b + 3c + d = -5$ .
- Nullpunkt i  $x = 4$ :  $f(4) = 0 \implies 64 + 16b + 4c + d = 0$ .

CAS (løs systemet) gir

$$\boxed{b = -5, \quad c = 3, \quad d = 4}$$

altså  $f(x) = x^3 - 5x^2 + 3x + 4$ . Kontroll:  $f''(3) = 6 \cdot 3 + 2 \cdot (-5) = 8 > 0$ , så  $(3, -5)$  er virkelig et bunnpunkt.

### Oppgave 6 (3 poeng)

**Oppgave.** En figur er satt sammen av to kvadrater med sider  $x$  og  $y$  (de møtes i ett hjørne). Omkretsen av hele figuren er 16. Bestem  $x$  og  $y$  slik at det samlede arealet blir minst mulig.

**Løsning.** Kvadratene berører hverandre kun i ett hjørne, så ingen sider faller sammen. Omkretsen av hele figuren er da summen av alle sidene:

$$4x + 4y = 16 \implies x + y = 4 \implies x = 4 - y.$$

Det samlede arealet er

$$A = x^2 + y^2 = (4 - y)^2 + y^2 = 16 - 8y + y^2 + y^2 = 2y^2 - 8y + 16.$$

Vi deriverer og setter lik null:

$$A'(y) = 4y - 8 = 0 \implies y = 2.$$

Siden  $A''(y) = 4 > 0$  er dette et minimum. Da er  $x = 4 - 2 = 2$ , og minste areal er  $A = 2^2 + 2^2 = 8$ .

$$\boxed{x = y = 2, \quad \text{minste areal} = 8}$$

### Oppgave 7 (4 poeng)

**Oppgave.** Gitt firkanten  $ABCD$  med  $\angle DAB = 45^\circ$  og  $\angle BDC = 45^\circ$ . Diagonalen  $BD = 5\sqrt{2}$ , og  $AB = 2\sqrt{5}$ ,  $CD = 3$ . Bruk CAS til å bestemme arealet av firkanten eksakt.

**Løsning.** Diagonalen  $BD$  deler firkanten i to trekanter,  $ABD$  og  $BCD$ . Vi finner arealet av hver.

**Trekant  $ABD$ .** Vi kjenner  $AB = 2\sqrt{5}$ ,  $BD = 5\sqrt{2}$  og  $\angle A = 45^\circ$ . Først finner vi  $AD$  med cosinussetningen ( $\angle A$  ligger mellom  $AB$  og  $AD$ ):

$$BD^2 = AB^2 + AD^2 - 2 \cdot AB \cdot AD \cdot \cos 45^\circ.$$

Med  $BD^2 = 50$ ,  $AB^2 = 20$  og  $\cos 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$ :

$$50 = 20 + AD^2 - 2 \cdot 2\sqrt{5} \cdot AD \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 20 + AD^2 - 2\sqrt{10} AD.$$

CAS løser  $AD^2 - 2\sqrt{10} AD - 30 = 0$  og gir den positive løsningen  $AD = 3\sqrt{10}$ . Arealet:

$$A_{ABD} = \frac{1}{2} \cdot AB \cdot AD \cdot \sin 45^\circ = \frac{1}{2} \cdot 2\sqrt{5} \cdot 3\sqrt{10} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{1}{2} \cdot 6\sqrt{50} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{1}{2} \cdot 30\sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 15.$$

**Trekant BCD.** Her er  $\angle BDC = 45^\circ$  den mellomliggende vinkelen mellom sidene  $BD = 5\sqrt{2}$  og  $DC = 3$ :

$$A_{BCD} = \frac{1}{2} \cdot BD \cdot DC \cdot \sin 45^\circ = \frac{1}{2} \cdot 5\sqrt{2} \cdot 3 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{1}{2} \cdot 15 \cdot 2 \cdot \frac{1}{2} = \frac{15}{2}.$$

**Samlet areal:**

$$A_{ABCD} = A_{ABD} + A_{BCD} = 15 + \frac{15}{2} = \boxed{\frac{45}{2} = 22,5}.$$

---

*Uoffisielt, automatisk generert løsningsforslag. Kilde og fasit: [matematikk.net](http://matematikk.net). Ikke tilknyttet Utdanningsdirektoratet.*