Matematikk 1T — Vår 2026

Løsningsforslag (Del 1 og Del 2)

Om dette løsningsforslaget. Uoffisielt, automatisk generert løsningsforslag. Oppgaveteksten er ikke gjengitt i sin helhet; hver oppgave vises med nummer og et kort sammendrag. **Kilde:** oppgaven og matematikk.net sitt løsningsforslag. Sluttsvar er sammenholdt med matematikk.net sin versjon — se den ved tvil.

DEL 1 — Uten hjelpemidler

Oppgave 1 (2 poeng)

Oppgave. Løs ulikheten $x^2 + 7x + 6 \leq 0$.

Løsning. Vi faktoriserer venstresiden. Nullpunktene til $x^2 + 7x + 6$ er der

$$x = \frac{-7 \pm \sqrt{49 - 24}}{2} = \frac{-7 \pm 5}{2},$$

altså $x = -6$ og $x = -1$. Dermed er $x^2 + 7x + 6 = (x + 6)(x + 1)$.

Parabelen åpner oppover, så uttrykket er negativt (eller null) *mellom* nullpunktene:

$$\boxed{x \in [-6, -1]}$$

Oppgave 2 (4 poeng)

Oppgave. Gitt likningssystemet $-x^2 + 4 = y$ og $x - y = 2$. a) Løs ved regning. b) Løs grafisk.

a) Ved regning. Fra den andre likningen er $y = x - 2$. Sett inn i den første:

$$-x^2 + 4 = x - 2 \implies x^2 + x - 6 = 0 \implies (x + 3)(x - 2) = 0,$$

så $x = -3$ eller $x = 2$. Tilhørende y-verdier fra $y = x - 2$:

- $x = -3 \Rightarrow y = -5$
- $x = 2 \Rightarrow y = 0$

$$\boxed{(-3, -5) \quad \text{og} \quad (2, 0)}$$

b) Grafisk. Tegn parabelen $y = -x^2 + 4$ (toppunkt $(0, 4)$, nullpunkter $x = \pm 2$) og linjen $y = x - 2$ i samme koordinatsystem. Skjæringspunktene er nettopp $(-3, -5)$ og $(2, 0)$, i samsvar med a).

Oppgave 3 (3 poeng)

Oppgave. Løs likningen $2x^3 + 3x^2 - 18x + 8 = 0$.

Løsning. Vi prøver heltallsdelere av konstantleddet. $x = 2$ gir

$$2 \cdot 8 + 3 \cdot 4 - 18 \cdot 2 + 8 = 16 + 12 - 36 + 8 = 0,$$

så $x = 2$ er en rot, og $(x - 2)$ er en faktor. Polynomdivisjon gir

$$2x^3 + 3x^2 - 18x + 8 = (x - 2)(2x^2 + 7x - 4).$$

Den andre faktoren løses med abc-formelen:

$$x = \frac{-7 \pm \sqrt{49 + 32}}{4} = \frac{-7 \pm 9}{4} \implies x = \tfrac{1}{2} \text{ eller } x = -4.$$

$$\boxed{x \in \left\{-4,\ \tfrac{1}{2},\ 2\right\}}$$

Oppgave 4 (2 poeng)

Oppgave. Bestem a, b og c slik at $a(x + b)^2 = x^2 + 8x + c$ blir en identitet.

Løsning. Utvid venstresiden:

$$a(x + b)^2 = ax^2 + 2ab\,x + ab^2.$$

Sammenlign koeffisienter med $x^2 + 8x + c$:

- x^2-ledd: $a = 1$
- x-ledd: $2ab = 8 \Rightarrow 2b = 8 \Rightarrow b = 4$
- konstantledd: $c = ab^2 = 1 \cdot 4^2 = 16$

$$\boxed{a = 1, \quad b = 4, \quad c = 16}$$

Oppgave 5 (2 poeng)

Oppgave. Tallfølgen 1, 3, 7, 13, 21, ... skrives av Susanne som $0 \cdot 1 + 1,\ 1 \cdot 2 + 1,\ 2 \cdot 3 + 1,\ 3 \cdot 4 + 1, \ldots$ a) Finn tall nr. 8. b) Sett opp en formel for tall nr. n.

Mønster. Tall nr. n er $(n - 1) \cdot n + 1$.

a) Tall nr. 8: $(8 - 1) \cdot 8 + 1 = 7 \cdot 8 + 1 = \boxed{57}$.

b) Formelen blir

$$a_n = (n-1)\,n + 1 = \boxed{n^2 - n + 1}.$$

Oppgave 6 (1 poeng)

Oppgave. I en trekant ABC er vinkel $B = 90^\circ$ og $\tan A = 1$. Lag en figur og forklar hvordan trekanten kan se ut.

Løsning. Med rett vinkel i B er

$$\tan A = \frac{\text{motstående katet}}{\text{hosliggende katet}} = \frac{BC}{AB} = 1 \implies BC = AB.$$

Trekanten er altså rettvinklet i B med to like lange kateter. Da blir de to spisse vinklene like store, og siden de til sammen er 90°, er

$$\angle A = \angle C = 45^\circ.$$

Det er en likebeint, rettvinklet trekant (en «halv kvadrat»). Et eksempel er $AB = BC = 1$, med hypotenus $AC = \sqrt{2}$.

Oppgave 7 (5 poeng)

Oppgave. a) Bruk en likesidet trekant med side 4 (toppvinkelen delt i to 30°-vinkler av høyden) til å vise at $\sin 30^\circ = \frac{1}{2}$ og $\cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$. b) Finn arealet og c) omkretsen av en trekant med to sider $10\sqrt{3}$ og 4 og mellomliggende vinkel 30°.

a) Trekanten er likesidet med side 4 (alle vinkler 60°). Høyden fra toppen halverer toppvinkelen i to 30°-vinkler og halverer grunnlinjen. Vi får en rettvinklet trekant med

- hypotenus $= 4$ (en av sidene i den likesidete trekanten),
- katet motstående $30^\circ = \frac{4}{2} = 2$ (halve grunnlinjen).

Da er

$$\sin 30^\circ = \frac{\text{motstående katet}}{\text{hypotenus}} = \frac{2}{4} = \boxed{\tfrac{1}{2}}.$$

Den siste kateten (høyden) finnes med Pytagoras: $\sqrt{4^2 - 2^2} = \sqrt{12} = 2\sqrt{3}$. Dermed

$$\cos 30^\circ = \frac{\text{hosliggende katet}}{\text{hypotenus}} = \frac{2\sqrt{3}}{4} = \boxed{\tfrac{\sqrt{3}}{2}}.$$

b) Med to sider $a = 10\sqrt{3}$ og $b = 4$ og mellomliggende vinkel 30°:

$$A = \tfrac{1}{2}\,a\,b\,\sin 30^\circ = \tfrac{1}{2} \cdot 10\sqrt{3} \cdot 4 \cdot \tfrac{1}{2} = \boxed{10\sqrt{3}}.$$

c) Den tredje siden c med cosinussetningen:

$$c^2 = (10\sqrt{3})^2 + 4^2 - 2 \cdot 10\sqrt{3} \cdot 4 \cdot \cos 30^\circ = 300 + 16 - 80\sqrt{3} \cdot \tfrac{\sqrt{3}}{2} = 316 - 120 = 196,$$

så $c = 14$. Omkretsen blir

$$O = 10\sqrt{3} + 4 + 14 = \boxed{10\sqrt{3} + 18}.$$

Oppgave 8 (4 poeng)

Oppgave. a) Finn et mulig uttrykk for en rasjonal funksjon f med *ingen* nullpunkt og *to* vertikale asymptoter. b) Finn et mulig uttrykk for en rasjonal funksjon g med horisontal asymptote $y = 2$ der grafen *ikke* skjærer y-aksen.

a) Vertikale asymptoter krever to nullpunkter i nevneren; ingen nullpunkt krever at telleren aldri er null. Velg en teller uten reelle nullpunkter og en nevner med to:

$$f(x) = \frac{x^2 + 1}{x^2 - 4}.$$

Argument: Telleren $x^2 + 1 > 0$ for alle x, så f har ingen nullpunkt. Nevneren er null for $x = \pm 2$, som gir to vertikale asymptoter.

b) Horisontal asymptote $y = 2$ får vi når teller og nevner har samme grad og forholdet mellom ledende koeffisienter er 2. At grafen ikke skjærer y-aksen betyr at $x = 0$ ikke er i definisjonsmengden, altså at nevneren er null for $x = 0$:

$$g(x) = \frac{2x + 1}{x}.$$

Argument: For store $|x|$ går $g(x) \to 2$ (horisontal asymptote $y = 2$), og g er ikke definert i $x = 0$, så grafen skjærer ikke y-aksen.

Merk: Begge oppgavene har mange riktige svar; dette er ett eksempel hver.

Oppgave 9 (3 poeng)

Oppgave. f er en andregradsfunksjon med bunnpunkt $(-1, -12{,}5)$. En rett linje er tangent til grafen med stigningstall 5 i punktet $(4, 0)$. a) Forklar at $f'(4) = 5$. b) Bestem $f'(x)$.

a) Den deriverte i et punkt er lik stigningstallet til tangenten i punktet. Tangenten i $(4, 0)$ har stigningstall 5, derfor er $f'(4) = 5$.

b) f er en andregradsfunksjon, så $f'(x)$ er lineær: $f'(x) = kx + m$. Bunnpunktet ligger i $x = -1$, der den deriverte er null: $f'(-1) = 0$. Sammen med $f'(4) = 5$:

$$\begin{aligned} -k + m &= 0 \\ 4k + m &= 5 \end{aligned}$$

Trekker vi den første fra den andre: $5k = 5 \Rightarrow k = 1$, og $m = k = 1$. Altså

$$\boxed{f'(x) = x + 1}.$$

DEL 2 — Med hjelpemidler

Oppgave 1 (5 poeng)

Oppgave. En bil slipper ut $U(x) = \dfrac{5400}{x} + 0{,}0074x^2 + 50$ gram CO_2 per km ved farten x km/h, for $30 < x < 110$. a) Utslipp ved 50 km/h. b) Farten med minst utslipp, og utslippet der. c) Total CO_2 ved 90 km/h i 20 minutter.

a)

$$U(50) = \frac{5400}{50} + 0{,}0074 \cdot 50^2 + 50 = 108 + 18{,}5 + 50 = \boxed{176{,}5 \text{ g/km}}.$$

b) Minimum finnes der $U'(x) = 0$:

$$U'(x) = -\frac{5400}{x^2} + 0{,}0148x = 0 \implies 0{,}0148\,x^3 = 5400 \implies x = \sqrt[3]{\tfrac{5400}{0{,}0148}} \approx 71{,}5 \text{ km/h}.$$

Utslippet ved denne farten:

$$U(71{,}5) \approx 163 \text{ g/km}. \qquad \boxed{x \approx 71{,}5 \text{ km/h}, \quad U \approx 163 \text{ g/km}}$$

c) På 20 minutter $= \frac{1}{3}$ time i 90 km/h kjøres $90 \cdot \frac{1}{3} = 30$ km. Utslippet per km er $U(90) = 60 + 59{,}94 + 50 \approx 169{,}9$ g/km, så totalt

$$169{,}9 \cdot 30 \approx 5098 \text{ g} \approx \boxed{5{,}1 \text{ kg } CO_2}.$$

Oppgave 2 (5 poeng)

Oppgave. I figuren er $\angle DAB = 45^\circ$, $\angle ADB = 60^\circ$. C ligger på DB med $AC = \sqrt{2}$, $CB = 1$ og $\angle ACB = 105^\circ$. a) Bestem AB med trigonometri. b) Bestem arealet av trekant ABD.

a) Se på trekant ACB: vi kjenner $AC = \sqrt{2}$, $CB = 1$ og den mellomliggende vinkelen $\angle ACB = 105^\circ$. Cosinussetningen gir

$$AB^2 = (\sqrt{2})^2 + 1^2 - 2 \cdot \sqrt{2} \cdot 1 \cdot \cos 105^\circ = 3 - 2\sqrt{2}\cos 105^\circ.$$

Med $\cos 105^\circ \approx -0{,}2588$:

$$AB^2 \approx 3 + 0{,}732 = 3{,}732 \implies AB \approx \boxed{1{,}932}.$$

b) I trekant ABD er $\angle A = 45^\circ$, $\angle D = 60^\circ$, så $\angle B = 75^\circ$. Med sinussetningen finner vi AD:

$$\frac{AD}{\sin B} = \frac{AB}{\sin D} \implies AD = AB \cdot \frac{\sin 75^\circ}{\sin 60^\circ} \approx 1{,}932 \cdot 1{,}115 \approx 2{,}155.$$

Arealet av ABD:

$$A = \tfrac{1}{2}\, AB \cdot AD \cdot \sin A \approx \tfrac{1}{2} \cdot 1{,}932 \cdot 2{,}155 \cdot \sin 45^\circ \approx \boxed{1{,}47}.$$

Oppgave 3 (6 poeng)

Oppgave. Vipebestanden var ca. 9000 par i 2013 ($x = 0$) og ca. 2500 par i 2022 ($x = 9$). a) Lineær modell f (Tor). b) Eksponentiell modell g (Egil). c) Egil lager p (gjennom $(0, 7000)$ og $(9, 500)$) og endrer den til q med horisontal asymptote $y = 2000$. Forklar og bestem $p(x)$ og $q(x)$.

a) Lineær modell gjennom $(0, 9000)$ og $(9, 2500)$. Stigningstall $\frac{2500-9000}{9} = -\frac{6500}{9} \approx -722$:

$$\boxed{f(x) = -722x + 9000}.$$

Modellen sier at bestanden synker med ca. 722 par hvert år.

b) Eksponentiell modell $g(x) = 9000 \cdot k^x$ med $g(9) = 2500$:

$$k^9 = \frac{2500}{9000} = \frac{5}{18} \implies k = \left(\tfrac{5}{18}\right)^{1/9} \approx 0{,}867.$$

$$\boxed{g(x) = 9000 \cdot 0{,}867^{\,x}}.$$

Modellen sier at bestanden synker med ca. 13,3 % per år.

c) Modell p er eksponentiell gjennom $(0, 7000)$ og $(9, 500)$: $p(x) = 7000 \cdot c^x$ med $c^9 = \frac{500}{7000} = \frac{1}{14}$, altså $c \approx 0{,}746$:

$$p(x) = 7000 \cdot 0{,}746^{\,x}.$$

For q antar Egil at verntiltak gjør at bestanden *stabiliserer* seg på et nivå (ca. 2000 par) i stedet for å gå mot null. Han løfter derfor den eksponentielle modellen opp med 2000 (horisontal asymptote $y = 2000$):

$$\boxed{p(x) = 7000 \cdot 0{,}746^{\,x}, \qquad q(x) = 7000 \cdot 0{,}746^{\,x} + 2000}.$$

Kontroll: $q(0) = 9000$ og $q(9) = 500 + 2000 = 2500$, i samsvar med grafen.

Oppgave 4 (3 poeng)

Oppgave. Figur n bygges av kuler og pinner. Figur 4 bruker 7 pinner og 12 kuler. Lag et program som regner ut hvor mange kuler og pinner som trengs til de 50 første figurene til sammen.

Mønster. Pinner i figur n: $1, 3, 5, 7, \cdots = 2n - 1$. Kuler i figur n: $0, 2, 6, 12, \cdots = n(n-1) = n^2 - n$.

Summene for de 50 første figurene:

$$\sum_{n=1}^{50}(2n-1) = 50^2 = 2500 \text{ pinner}, \qquad \sum_{n=1}^{50}(n^2-n) = \frac{50 \cdot 51 \cdot 101}{6} - \frac{50 \cdot 51}{2} = 42925 - 1275 = 41650 \text{ kuler}.$$

Program (Python):

```python
pinner = 0
kuler = 0
for n in range(1, 51):
    pinner += 2 * n - 1
    kuler  += n * n - n
print("Pinner:", pinner)    # 2500
print("Kuler: ", kuler)     # 41650
```

Program (C++):

```cpp
#include <iostream>
int main() {
    int pinner = 0, kuler = 0;
    for (int n = 1; n <= 50; ++n) {
        pinner += 2 * n - 1;
        kuler  += n * n - n;
    }
    std::cout << "Pinner: " << pinner << "\n";  // 2500
    std::cout << "Kuler:  " << kuler  << "\n";  // 41650
    return 0;
}
```

$$\boxed{\text{2500 pinner og 41650 kuler}}$$

Uoffisielt, automatisk generert løsningsforslag. Kilde og fasit: matematikk.net. Ikke tilknyttet Utdanningsdirektoratet.